

2018

STATISTICS

(General)

(Probability and Distribution)

Full Marks : 60

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions as directed :

1×7=7

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ নিৰ্দেশ অনুসৰি উত্তৰ দিয়া :

(a) Define trial and event.

অভিপ্ৰয়োগ আৰু ঘটনাৰ সংজ্ঞা লিখা।

(b) Select the correct one :

শুদ্ধ উত্তৰটো বাছনি কৰা :

A random experiment is an experiment
in which

যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা হৈছে এনেকুৱা এটা পৰীক্ষা যাব

(i) the results are known in advance

ফলাফলবোৰ আগতীয়াকৈ জনা যায়

(2)

- (ii) the result cannot be predicted
ফলাফলটো নিশ্চিতভাৱে আগেয়ে ক'ব নোৱাৰি
- (iii) the experiment cannot be repeated
পৰীক্ষাটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা নহয়

(c) If ϕ is an impossible event, then $P(\phi) = ?$
 ϕ যদি অসম্ভৱ ঘটনা হয়, তেন্তে $P(\phi) = ?$

(d) Poisson distribution is a limiting form of normal distribution.
(State True or False)

পয়চ বণ্টন হৈছে প্ৰসামান্য বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপ।

(শুদ্ধ বা অশুদ্ধ লিখা)

(e) For binomial distribution mean is equal to variance.
(State True or False)

দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ মান একে।

(শুদ্ধ বা অশুদ্ধ লিখা)

(f) If X and Y are two _____ variables, then $E(XY) = E(X)E(Y)$.
(Fill in the blank)

যদি X আৰু Y দুটা _____ চলক হয়, তেন্তে $E(XY) = E(X)E(Y)$.

(খালী ঠাই পূৰ কৰা)

(3)

- (g) If the correlation between variables is zero, then the variables are independent. (State True or False)
যদি চলকবোৰৰ মাজত থকা সহসম্বন্ধ শূন্য হয়, তেন্তে চলকবোৰ স্বতন্ত্ৰ। (শুদ্ধ বা অশুদ্ধ লিখা)

2. Answer the following questions : 2×4=8

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Show that for any event A , $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

দেখুওৱা যে যি কোনো ঘটনা A বাবে $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

(b) State exhaustive events with examples.

সম্পূৰ্ণ ঘটনা উদাহৰণ সৈতে উল্লেখ কৰা।

(c) Write down the conditions under which binomial distribution tends to normal distribution.

দ্বিপদ বণ্টন এটা প্ৰসামান্য বণ্টনলৈ গতি কৰাৰ চৰ্তসমূহ লিখা।

(d) If X is a random variable and $\text{var}(X) = \sigma^2 = E[X - E(X)]^2$, then show that $E(X^2) \geq [E(X)]^2$.

X যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু $\text{var}(X) = \sigma^2 = E[X - E(X)]^2$, তেন্তে দেখুওৱা যে $E(X^2) \geq [E(X)]^2$.

(4)

3. Answer any *three* questions : $5 \times 3 = 15$

যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) State and prove addition theorem of probability. 5

সম্ভাৰিতাৰ যোগাত্মক তত্ত্বটো উল্লেখ আৰু প্রমাণ কৰা।

(b) Two bags contain 5 red, 5 white and 6 red, 4 white balls respectively. One bag is selected and a ball is drawn from it. What is the probability that the drawn ball is red? 5

দুটা মোনাত যথাক্রমে 5টা বঙা, 5টা বগা আৰু 6টা বঙা, 4টা বগা বল আছে। যি কোনো এটা মোনা বাছিলে লৈ তাৰ পৰা এটা বল লোৱা হ'ল। এই বলটো বঙা হোৱাৰ সম্ভাৰিতা কিমান?

(c) A binomial distribution has mean 1.0 and variance 0.8. Find the distribution. Find also the following probabilities : $2 + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 5$

এটা দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ ক্রমে 1.0 আৰু 0.8. বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা। লগতে তলত দিয়া সম্ভাৰিতাসমূহ নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $P(X = 0)$

(ii) $P(X > 0)$

(d) Prove that (প্রমাণ কৰা যে) : 5

$$\mu_4 = \mu_4' - 4\mu_3'\mu_1' + 6\mu_2'\mu_1'^2 - 3\mu_1'^4$$

8A/696

(Continued)

(5)

(e) Explain central limit theorem and give an example. 5

কেন্দ্ৰীকৃত সীমাৰ উপপাদ্য ব্যাখ্যা কৰা আৰু এটা উদাহৰণ দিয়া।

4. Answer any *three* questions : $10 \times 3 = 30$

যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) State and prove Chebyshev's Lemma. $2 + 3 = 5$

চেবাইচেফৰ প্রমেয়িকাৰ উল্লেখ আৰু প্রমাণ কৰা।

(ii) Prove that (প্রমাণ কৰা যে) : 5

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A+B) \leq P(A) + P(B)$$

(b) (i) State and prove Bayes theorem. $1 + 3 = 4$

বেইজৰ উপপাদ্যৰ উল্লেখ আৰু প্রমাণ কৰা।

(ii) Write the mathematical form of normal distribution and explain the symbol in it. 2

প্রসামান্য বণ্টনৰ গাণিতিক ৰূপটো লিখা আৰু তাত ব্যৱহৃত প্রতীকবোৰৰ অৰ্থ ব্যাখ্যা কৰা।

(iii) If $X \sim N(12, 2)$, then find the value of $P(9.6 < X < 13.8)$, given that

যদি $X \sim N(12, 2)$ হয়, তেন্তে $P(9.6 < X < 13.8)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, দিয়া আছে

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq 0.9\right) = 0.8159; \quad P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq 1.2\right) = 0.8849$$

4

8A/696

(Turn Over)

- (c) (i) State weak law of large numbers. 2
বৃহৎ সংখ্যাসমূহৰ দুৰ্বল নিয়মটো উল্লেখ কৰা।
- (ii) Derive Poisson distribution from binomial distribution. 5
দ্বিপদ বণ্টনৰ পৰা পয়চ বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা।
- (iii) A problem in Statistics is given to three students A, B and C, where chances of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved if all of them try independently? 3
তিনিজন ছাত্ৰ A, B আৰু Cৰ পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ এটা অঙ্ক সমাধান কৰাৰ সম্ভাৰিতা ক্ৰমে $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ আৰু $\frac{1}{4}$ যদি আটাইকেইজন ছাত্ৰই স্বতন্ত্রভাৱে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ চেষ্টা কৰে, তেন্তে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ সম্ভাৰিতা কিমান?

- (d) (i) Define probability mass function and probability density function. $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=3$
সম্ভাৰিতাৰ ভাৰ ফলন আৰু সম্ভাৰিতাৰ ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।
- (ii) If X is a random variable and $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, then find the value of

যদি X এটা যাদুচ্ছিক চলক হয় আৰু $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, তেন্তে মান নিৰ্ণয় কৰা

- (1) C;
(2) $E(X)$;
(3) $V(X)$;
(4) $P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{1}{2}\right)$. $1+1+1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=5$

- (iii) What is standard normal variate? Write down the probability function of it. 2

মানক প্ৰসামান্য চলক কি? ইয়াৰ সম্ভাৰিতা ফলনটো লিখা।

- (e) (i) The probability density function of a normal variate X is given by এটা প্ৰসামান্য চলক Xৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন হ'ল

$$f(x) = C.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-100}{5}\right)^2}; -\infty < X < \infty$$

Find the value of (মান নিৰ্ণয় কৰা) :

- (1) C
(2) Mean (মাধ্য)
(3) Median (মধ্যমা)
(4) Mode (বহুলক)
(5) Standard deviation (মানক বিচলন) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=3$

- (ii) A coin is tossed until a head appears. Find the mathematical expectation of the tosses. 4

এটা মুদ্রা মুণ্ড নোপোৱালৈকে নিষ্ক্ষেপ কৰি থকা হ'ল। নিষ্ক্ষেপ কৰি থকা সংখ্যাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা উলিওৱা।

- (iii) Write down the area property of normal curve. 3

প্ৰসামান্য বক্ৰৰ কালি ধৰ্মটো লিখা।

০
