

2016

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Methods and Spherical Astronomy)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

GROUP—A

(Numerical Methods)

1. Answer the following questions : 1×4=4

ভলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Establish the relation $E = 1 + \Delta$.

$E = 1 + \Delta$ সম্বন্ধটো স্থাপন কৰা।

(b) What is meant by interpolation?

অন্তৰ্বেশন বুলিলে কি বুজা ?

(2)

(c) Mention one advantage of Lagrange's interpolation formula.

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটোৰ এটা সুবিধা উল্লেখ কৰা।

(d) State Newton's backward interpolation formula.

নিউটনৰ পশ্চাদিশিক (backward) অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো লিখা।

2. Answer the following questions : $2 \times 3 = 6$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\Delta^2 e^{ax+b}$$

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$(1 + \Delta)(1 - \Delta) = 1$$

(c) Construct a divided difference table from the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা এখন বিভাজিত অন্তৰ্বেশন টেবুল গঠন কৰা :

x	-1	1	2	3
y	-21	15	12	3

(3)

3. (a) Evaluate :

5

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)}$$

Or / অথবা

Determine the function whose first difference is $9x^2 + 11x + 5$.

তলত দিয়া প্ৰথম অন্তৰ্বেশন পৰা ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা :

$$9x^2 + 11x + 5$$

(b) State and prove Newton's formula for forward interpolation.

5

নিউটনৰ অগ্ৰগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰ লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

Or / অথবা

Applying Lagrange's formula, obtain the value of $f(9)$ using the following table :

তলত দিয়া তালিকাখন ব্যৱহাৰ কৰি লাগ্ৰাঞ্জৰ সূত্ৰৰ সহায়ত $f(9)$ ৰ মান উলিওৱা :

x	5	7	11	13	17
$f(x)$	150	392	1452	2366	5202

(4)

4. Answer either (a) or (b) of the following :

তলৰ (a) অথবা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Obtain cube root of 10 to 4 decimal places using Newton-Raphson method.

5

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি 4 দশমিক স্থানলৈ 10 ৰ ঘনমূল উলিওৱা।

(ii) Find a real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ correct to 3 decimal places using bisection method.

5

দ্বিভাজন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3 - 2x - 5 = 0$ সমীকৰণৰ এটা বাস্তৱ মূল 3 দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(b) (i) Starting with $x = 0.21$, solve

$$x = 0.21 \sin(0.5 + x)$$

using iteration method.

5

পুনৰাবৃত্তি পদ্ধতিৰে $x = 0.21$ ৰ পৰা আৰম্ভ কৰি সমাধান কৰা $x = 0.21 \sin(0.5 + x)$.

(ii) Find the root of the equation $x^4 - x - 10 = 0$ which is nearer to $x = 2$ to 3 places of decimal.

5

$x^4 - x - 10 = 0$ সমীকৰণৰ $x = 2$ ৰ নিকটবৰ্তী মূলটো 3 দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(5)

GROUP—B

(Spherical Astronomy)

5. Answer the following questions as directed :

1×6=6

নিৰ্দেশানুযায়ী তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Define secondary circle of a great circle.

এটা গুৰুবৃত্তৰ গৌণবৃত্তৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Write one property of pole of a great circle.

এটা গুৰুবৃত্তৰ মেৰুৰ এটা ধৰ্ম লিখা।

(c) State the cosine formula related to a spherical triangle.

এটা গোলক ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত ক'চাইন (cosine)ৰ সূত্ৰটো লিখা।

(d) The motion of the sun takes place along a great circle called the _____.

(Fill in the blank)

সূৰ্যই গতি কৰা গুৰুবৃত্তটোৰ নাম হ'ল _____।

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

A7/70

(Turn Over)

(Continued)

A7/70

(6)

(e) What are the right ascension and declination of a star situated at the first point of aries?

মেঘৰ প্ৰথম বিন্দুত (first point of aries) অবস্থান কৰা তৰা এটাৰ বিষুৱাংশ আৰু বিষুৰ লম্ব কিমান ?

(f) What is the latitude of the sun?

সূৰ্যৰ অক্ষাংশ কিমান ?

6. (a) In an equilateral spherical triangle ABC , prove that

$$\cos A = \frac{\cos a}{1 + \cos a} \quad 2$$

এটা সমবাহু গোলক ত্ৰিভুজ ABC ৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos A = \frac{\cos a}{1 + \cos a}$$

(b) In a neat diagram, show the longitude and latitude of a star. 2

এটা পবিত্ৰ চিত্ৰ আঁকি নক্ষত্ৰ এটাৰ দ্ৰাঘিমাংশ আৰু অক্ষাংশ দেখুওৱা।

7. (a) In a spherical triangle ABC , if $b+c=\pi$, then show that $\sin 2B + \sin 2C = 0$. 5

এটা গোলক ত্ৰিভুজ ABC ৰ ক্ষেত্ৰত যদি $b+c=\pi$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে, $\sin 2B + \sin 2C = 0$.

(Continued)

A7/70

(7)

Or/অথবা

In a spherical triangle ABC , prove that $\cos a \cos c = \sin a \cot b - \sin c \cot B$.

ABC গোলক ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা যে $\cos a \cos c = \sin a \cot b - \sin c \cot B$.

(b) If the right ascension of a star is equal to latitude, show that longitude is equal to declination. 5

এটা জ্যোতিষ্কৰ বিষুৱাংশ তাৰ অক্ষাংশৰ সমান হ'লে দেখুওৱা যে তাৰ দ্ৰাঘিমাংশ বিষুৰ লম্বৰ সমান হয়।

8. Answer either (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) অথবা (c) আৰু (d) ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If ψ is the angle which a star makes at rising with the horizon, prove that $\cos \psi = \sin \phi \sec \delta$, where ϕ being observer's latitude and δ being declination of the star. 4

এটা তৰাই উদয়ত আনুভূমিকৰ লগত ψ কোণ কৰিলে প্ৰমাণ কৰা যে, $\cos \psi = \sin \phi \sec \delta$ য'ত ϕ হ'ল পৰ্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশ আৰু δ হ'ল তৰাৰ বিষুৰ লম্ব।

(b) Write short notes on : 3+3=6

চমু টোকা লিখা :

(i) Rising and setting of stars

জ্যোতিষ্কৰ উদয়ান্ত

(ii) Circumpolar star

পৰিষ্ফৰী তৰা

(Turn Over)

A7/70

- (c) If z_1 and z_2 are the zenith distances of a circumpolar star at the upper and lower transits which are on the same side of the zenith, find the latitude of the observer.

4

মাধ্যাহ্নিক বেখাব ওপৰত উৰ্ধ্ব আৰু নিম্ন অৱস্থানত মেকপ্ৰদেশেৰে অৱস্থিত নক্ষত্ৰ এটাৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা দূৰত্ব ক্ৰমে z_1 আৰু z_2 হ'লে আৰু দুয়োটা অৱস্থান শীৰ্ষবিন্দুৰ একেফালে অৱস্থিত হ'লে, পৰ্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশ উলিওৱা।

- (d) If H and A be the hour angle and azimuth of a star at setting, then prove that

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

$$\cos A = \sec \phi \sin \delta$$

where ϕ being latitude of the place and δ being declination of the star.

6

নক্ষত্ৰ এটাৰ অন্তগমনত হোৱা কোণ H আৰু দিগন্তাংশ A হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

$$\cos A = \sec \phi \sin \delta$$

য'ত ϕ ঠাইৰ অক্ষাংশ আৰু δ তৰাটোৰ বিষুৱ লম্ব হয়।

9. (a) Define the following terms :

4

তলত দিয়াবোৰৰ সংজ্ঞা দিয়া :

- (i) Superior planet and inferior planet

বহিঃগ্ৰহ আৰু অন্তঃগ্ৰহ

- (ii) Perihelion and aphelion

অনুসূৰ আৰু অপসূৰ

- (b) State Kepler's laws of planetary motion. Deduce Kepler's second law from Newton's law of gravitation.

3+3=6

গ্ৰহৰ গতি-সম্বন্ধীয় কেপ্লাৰৰ সূত্ৰসমূহ লিখা। নিউটনৰ মাধ্যাকৰ্ষণ সূত্ৰৰ পৰা কেপ্লাৰৰ দ্বিতীয় সূত্ৰটো উলিওৱা।

Or / অথবা

If V_1 and V_2 be the velocities of two planets in their orbits and r_1 , r_2 be the respective distances from the sun, prove that $V_2 : V_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$.

6

নিজ কক্ষপথত দুটা গ্ৰহৰ বেগ V_1 আৰু V_2 , আৰু সূৰ্যৰ পৰা দূৰত্ব ক্ৰমে r_1 , r_2 হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে $V_2 : V_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$.

10. Answer either (a) or (b) :

(a) অথবা (b) ব উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Define parallax. What is horizontal parallax? 2+2=4

লক্ষনৰ সংজ্ঞা লিখা। আনুভূমিক লক্ষন কি ?

(ii) If S be the semi-vertical angle of the tangent cone to the moon from the earth's centre when the moon's horizontal parallax is P and if S', P' be another similar part, prove that the earth being supposed spherical $\sin S : \sin S' = \sin P : \sin P'$. 6

পৃথিৱীৰ কেন্দ্ৰবিন্দুৰ পৰা চন্দ্ৰলৈ টনা স্পৰ্শ শংকুৰ অৰ্ধউলম্ব কোণ S আৰু চন্দ্ৰৰ আনুভূমিক লক্ষন P হ'লে আৰু S', P' সদৃশ অন্য এটা অংশ হ'লে, পৃথিৱীক গোলাকাৰ হিচাপে লৈ প্ৰমাণ কৰা যে $\sin S : \sin S' = \sin P : \sin P'$.

(b) (i) What is meant by annual parallax of a star? Show that due to annual parallax a star is displaced towards the sun. 2+4=6

নক্ষত্ৰ এটাৰ বাৰ্ষিক লক্ষন বুলিলে কি বুজা? দেখুওৱা যে বাৰ্ষিক লক্ষনৰ ফলত নক্ষত্ৰ এটা সূৰ্যৰ দিশত বিহ্বাপিত হয়।

(ii) Where must a star be situated so that effect of annual parallax is greatest? 2

ক'ত থাকিলে এটা তৰাৰ বাৰ্ষিক লক্ষনৰ ফলত বিহ্বাপন সৰ্বোচ্চ হ'ব ?

(Continued)

(iii) The parallax of a star is $0.023''$. Find its distance (1) in parsecs and (2) in light years. 2

এটা তৰাৰ লক্ষন $0.023''$. তৰাটোৰ দূৰত্ব উলিওৱা (1) পাৰচেৰ্ছ (parsecs)ত আৰু (2) আলোকবৰ্ষ (light year)ত।
