22E—MATH

2022

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

ALLOTMENT OF MARKS

Q. No. **1** carries *1* mark each	:	1×10	=	10
Q. No. **2** carries *2* marks each	:	2×10	=	20
Q. No. **3** carries *3* marks each	:	3×10	=	30
Q. No. **4** carries *4* marks each	:	4×5	=	20
Q. Nos. **5–8** carry *5* marks each	:	5×4	=	20
			Total =	100

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Let $A = \{x \mid x \text{ is an odd natural number}\}$. Taking the set of natural numbers as universal set, write down the complement of set A.

ধৰা হ'ল $A = \{x \mid x$ এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা $\}$. স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিক সাৰ্বজনীন সংহতি হিচাপে লৈ A সংহতিটোৰ পূৰক উলিওৱা।

(b) Let $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{-1, 0, 1\}$. Find the number of relations from A to B.

ধৰা হ'ল $A = \{a, b, c\}$ আৰু $B = \{-1, 0, 1\}$. Aৰ পৰা B লৈ মুঠ সম্বন্ধৰ সংখ্যা উলিওৱা।

(c) Draw the graph of the trigonometric function $\sin x$ for the interval $-2\pi \le x \le 2\pi$.

$-2\pi \le x \le 2\pi$ অন্তৰালত ত্ৰিকোণমিতীয় ফলন $\sin x$ ৰ লেখ অংকন কৰা।

(d) Find the real part of the complex number $(i)^{-37}$.

$(i)^{-37}$ জটিল সংখ্যাটোৰ বাস্তৱ অংশ উলিওৱা।

(e) Find the multiplicative inverse of the complex number $-i$.

জটিল সংখ্যা $-i$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত উলিওৱা।

(f) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$8! - 5!$$

(g) What is the 21st term of the sequence defined by $a_n = (n-1)(20-n)(3+n)$?

$a_n = (n-1)(20-n)(3+n)$ ৰে সংজ্ঞাবদ্ধ অনুক্ৰমটোৰ 21তম পদটো কি হ'ব?

(h) Find the common ratio of the geometric progression $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$.

$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$ গুণোত্তৰ প্ৰগতিটোৰ সাধাৰণ অনুপাত উলিওৱা।

(i) If $A = \{\phi\}$, then find the number of elements in the power set of A.

যদি $A = \{\phi\}$ হয়, তেন্তে A ৰ ঘাত সংহতিত থকা মৌলৰ সংখ্যা উলিওৱা।

(j) Find the equation of the line, which makes intercepts -3 and 2 on the x-axis and y-axis respectively.

x-অক্ষত আৰু y-অক্ষত যথাক্ৰমে -3 আৰু 2 ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

2. Answer the following questions : 2×10=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) List all the subsets of the set $\{-1, 0, 1\}$.

$\{-1, 0, 1\}$ সংহতিটোৰ আটাইবোৰ উপসংহতি লিখা।

[*Contd.*

(b) Given two sets *A* and *B*, draw appropriate Venn diagram for each of the following :

A আৰু *B* দুটা সংহতি দিয়া হ'ল। তলৰ প্ৰতিটোৰ পৰা যথাযথ ভেন চিত্ৰ আঁকা :

(i) $(A \cup B)'$

(ii) $A' \cap B'$

(c) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sin 2x = \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$$

(d) Convert the complex number *i* into polar form.

i জটিল সংখ্যাটোক ধ্ৰুৱীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(e) If ${}^nC_8 = {}^nC_3$, then find ${}^nC_2$.

যদি ${}^nC_8 = {}^nC_3$ হয়, তেন্তে ${}^nC_2$ উলিওৱা।

(f) Find the value of

$${}^{100}C_0 - {}^{100}C_1 + {}^{100}C_2 - {}^{100}C_3 + \ldots - {}^{100}C_{99} + {}^{100}C_{100}$$

মান উলিওৱা :

$${}^{100}C_0 - {}^{100}C_1 + {}^{100}C_2 - {}^{100}C_3 + \ldots - {}^{100}C_{99} + {}^{100}C_{100}$$

(g) Find the coefficient of x^6 in $(x+3)^8$.

$(x+3)^8$ত x^6ৰ সহগ উলিওৱা।

(h) In an arithmetic progression (AP), the first term is 2 and the sum of the first two terms is one-fourth of the sum of the next two terms. Find the 20th term of the AP.

এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম পদ 2 আৰু প্ৰথম 2টা পদৰ সমষ্টি পিছৰ 2টা পদৰ সমষ্টিৰ এক-চতুৰ্থাংশ। সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 20তম পদটো উলিওৱা।

(i) Find the equation of the parabola with focus (2, 0) and directrix $x = -2$.

নাভি (2, 0) আৰু নিয়ামিকাৰ সমীকৰণ $x = -2$ হ'লে, অধিবৃত্তটোৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(j) Evaluate :

মান নিৰ্ণয় কৰা :

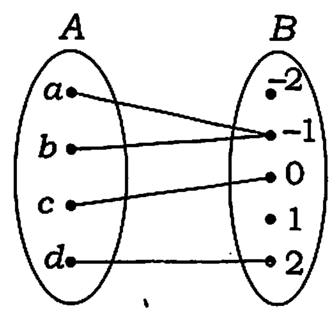
$$\lim_{x \to 0} \frac{(x+1)^5 - 1}{x}$$

3. Answer any *ten* questions : 3×10=30

যি কোনো দহটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) The following figure shows a relationship between the sets *A* and *B*. Write this relation in roster form. Find the domain and range of the relation :

তলৰ চিত্ৰটোৱে *A* আৰু *B* সংহতি দুটাৰ মাজৰ এটা সম্বন্ধ বুজাইছে। সম্বন্ধটো ৰ'ষ্টাৰ পদ্ধতিত লিখা। লগতে সম্বন্ধটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা :



[*Contd.*

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sqrt{2}\cos x$$

(c) Find the real θ such that $\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ is purely real.

$\frac{3+2i\sin\theta}{1-2i\sin\theta}$ বিশুদ্ধ বাস্তৱ হ'লে, বাস্তৱ θ উলিওৱা।

(d) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sum_{r=0}^{m} {}^{m}C_{r}\cdot 2^{m-r}\cdot 5^{r}=7^{m}$$

(e) Find the sum up to n terms of the series, where nth term is $n(n+1)(n+4)$.

এটা শ্ৰেণীৰ nতম পদটো $n(n+1)(n+4)$ হ'লে, শ্ৰেণীটোৰ nতম পদলৈ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Find the equation of the line perpendicular to the line $x-7y+5=0$ and having x-intercept 3.

$x-7y+5=0$ ৰেখাৰ লম্বভাৱে থকা আৰু x-অক্ষত 3 ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(g) Find the coordinate of the foci, the length of major axis and eccentricity of the ellipse $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$.

$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$ উপবৃত্তটোৰ নাভিৰ স্থানাংক, মুখ্য অক্ষৰ দীঘ আৰু উৎকেন্দ্ৰতা নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Find the coordinate of the point which divides the line segment joining the points $(-2, 3, 5)$ and $(1, -4, 6)$ in the ratio *(i)* $2:3$ internally and *(ii)* $2:3$ externally.

$(-2, 3, 5)$ আৰু $(1, -4, 6)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডক $2:3$ অনুপাতত *(i)* অন্তৰ্বিভক্ত আৰু *(ii)* বহিৰ্বিভক্ত কৰা বিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।

(i) Check whether the following statement is true or not :

"If $x, y \in \mathbb{Z}$ are such that x and y are odd, then xy is odd."

তলত দিয়া উক্তিটো সত্য হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা :

"যদি $x, y \in \mathbb{Z}$ যাতে x আৰু y অযুগ্ম, তেন্তে xy অযুগ্ম।"

(j) Find the mean deviation about the median for the following data :

তলত দিয়া তথ্যৰ বাবে মধ্যমাৰ পৰা বিচ্যুতি উলিওৱা :

x_i	15	21	27	30	35
f_i	3	5	6	7	8

(k) Find the domain and range of the following real function : 1½+1½=3

তলত দিয়া বাস্তৱ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

(l) Find the centre and radius of the circle $2x^2 + 2y^2 - x = 0$. 1½+1½=3

$2x^2 + 2y^2 - x = 0$ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসাৰ্ধ উলিওৱা।

4. Answer any *five* questions : 4×5=20

যি কোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) In a group of 65 people, 40 like cricket, 10 like both cricket and tennis. How many like tennis? How many like tennis only and not cricket? 2+2=4

65 জনীয়া এটা দলৰ 40 জনে ক্ৰিকেট ভাল পায়, 10 জনে ক্ৰিকেট আৰু টেনিছ দুয়োবিধ ভাল পায়। কিমানজনে টেনিস ভাল পায়? কিমানজনে মাত্ৰ টেনিছ ভাল পায়, কিন্তু ক্ৰিকেট ভাল নাপায়?

(b) Define the function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ by $f(x) = 3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Draw the graph of the function f and find the domain and range of f. 2+1+1=4

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ফলনটোৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে $f(x) = 3$, প্ৰত্যেক $x \in \mathbb{R}$ ৰ বাবে। fৰ লেখ আঁকা আৰু আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Prove the following by using the principle of mathematical induction : 4

গণিতীয় আৰোহ তত্ত্বৰ সহায়ত তলত দিয়াটো প্ৰমাণ কৰা :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

(d) Find the number of arrangements that can be made from the letters of the word MATHEMATICS, so that—

(i) all vowels occur together;

(ii) all vowels do not occur together. 2+2=4

MATHEMATICS শব্দটোৰ আখৰবোৰ কিমান বেলেগ বেলেগ ধৰণে সজাব পাৰি নিৰ্ণয় কৰা যদিহে—

(i) আটাইবোৰ স্বৰবৰ্ণ একেলগে থাকে;

(ii) আটাইবোৰ স্বৰবৰ্ণ একেলগে নাথাকে।

(e) A bag contains 9 discs of which 4 are red, 3 are blue and 2 are yellow. The discs are similar in shape and size. A disc is drawn at random from the bag. Calculate the probability that it will be *(i)* red, *(ii)* yellow, *(iii)* blue, *(iv)* either red or blue. 1+1+1+1=4

এখন মোনাত থকা 9 খন ফলকৰ ভিতৰত 4 খন ৰঙা, 3 খন নীলা আৰু 2 খন হালধীয়া ৰঙৰ। ফলকবোৰ আকাৰ আৰু আকৃতিত একেধৰণৰ। যাদৃচ্ছিকভাৱে এখন ফলক মোনাখনৰ পৰা লোৱা হ'ল। সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে ফলকখন *(i)* ৰঙা, *(ii)* হালধীয়া, *(iii)* নীলা, *(iv)* ৰঙা বা নীলা হয়।

[Contd.

(f) If

$$f(x)=\begin{cases}|x|+1, & x<0\\ 0, & x=0\\ |x|-1, & x>0.\end{cases}$$

then for what value(s) of a does $\lim_{x\to a} f(x)$ exist? 4

যদি

$$f(x)=\begin{cases}|x|+1, & x<0\\ 0, & x=0\\ |x|-1, & x>0\end{cases}$$

a ৰ কি মানৰ বাবে $\lim_{x\to a} f(x)$ স্থিত হয়?

5. Find the general solution of the following equation : 5

তলৰ সমীকৰণটোৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

$$\cos 3x + \cos x - \cos 2x = 0$$

OR / *অথবা*

If $\tan x = \frac{3}{4}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, then find the value of $\sin\frac{x}{2}$, $\cos\frac{x}{2}$, $\tan\frac{x}{2}$.

2+2+1=5

যদি $\tan x = \frac{3}{4}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ হয়, তেন্তে $\sin\frac{x}{2}$, $\cos\frac{x}{2}$, $\tan\frac{x}{2}$ ৰ মান উলিওৱা।

6. Solve the following system of inequalities graphically : 5

তলৰ অসমিকা প্ৰণালী লৈখিকভাৱে সমাধান কৰা :

$$3x+2y \le 12$$
$$x \ge 1$$
$$y \ge 2$$

OR / *অথবা*

Solve the following system of inequalities graphically : 5

তলৰ অসমিকা প্ৰণালী লৈখিকভাৱে সমাধান কৰা :

$$x+2y \le 8$$
$$2x+y \le 8$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

7. Find the derivatives of the following functions w.r.t. x :

2+3=5

x ৰ সাপেক্ষে তলৰ ফলনবোৰৰ অৱকলজ উলিওৱা :

(a) $\frac{1}{x^2}$

(b) $\sin^2 x$

OR / *অথবা*

Find the derivative of $f(x) = x + \frac{1}{x}$ from the first principle. 5

প্ৰথম নিয়মৰ পৰা $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

8. Find the mean and variance for the following data :

2½+2½=5

তলৰ তথ্যৰ বাবে মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা :

x_i	92	93	97	98	102	104	109
f_i	3	2	3	2	6	3	3

OR / অথবা

The mean and variance of seven observations are 8 and 16 respectively. If five of the observations are 2, 4, 10, 12 and 14, then find the remaining two observations. 5

সাতটা পৰ্যবেক্ষণৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 8 আৰু 16. ইয়াৰে পাঁচটা পৰ্যবেক্ষণৰ মান 2, 4, 10, 12 আৰু 14 হ'লে বাকী দুটা পৰ্যবেক্ষণৰ মান উলিওৱা।

***