

Total number of printed pages-24

3 (Sem-4/CBCS) MAT HG/RC

2022

**MATHEMATICS**

(Honours Generic/Regular)

**Answer the Questions from any one Option.**

**OPTION - A**

*(Real Analysis)*

Paper : MAT-RC-4016/MAT-HG-4016

Full Marks : 80

Time : Three hours

**OPTION - B**

*(Numerical Analysis)*

Paper : MAT-HG-4026

Full Marks : 80

Time : Three hours

**The figures in the margin indicate full marks for the questions.**

**Answer either in English or in Assamese.**

Contd.

**OPTION - A**

**(Real Analysis)**

Paper : MAT-RC-4016/MAT-HG-4016

1. Answer **any ten** of the following as directed:

$$1 \times 10 = 10$$

তলৰ যিকোনো দহটাৰ নিৰ্দেশ অনুসৰি উত্তৰ কৰা :

(i) Express the interval  $[a, b]$  as a subset of the set of real numbers in set builder method.

$[a, b]$  অন্তৰ্বেটোক বাস্তব সংখ্যাৰ সংহতিৰ এটা উপসংহতি হিচাবে প্রকাশ কৰা।

(ii) Write the supremum and infimum of the set of positive integers if exist.

ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটোৰ লঘিষ্ঠ উচ্চসীমা আৰু গৰিষ্ঠ নিম্নসীমা নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) Write true or false :

"The set of real numbers is the neighbourhood of each of its points."

সঁচা নে মিছা লিখা :

"বাস্তব সংখ্যাৰ সংহতিটো ইয়াৰ প্রতিটো বিন্দুৰে এটা প্রতিবেশ।"

(iv) Define a limit point of a set of real numbers.

সংহতি এটাৰ চৰম বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(v) Define a Cauchy sequence.

ক'চী অনুক্রম এটাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vi) Find the condition such that the positive term series  $1+r+r^2+\dots$  converges.

$1+r+r^2+\dots$  ধনাত্মক পদৰ শ্রেণীটো অভিসৰী হোৱাৰ চৰ্ত নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) When is a series said to be absolutely convergent ?

কেতিয়া এটা শ্রেণীক পৰম অভিসৰী কোৱা হয় ?

(viii) Find the limit point of the set

$$\{1/n : n \in \mathbb{N}\}.$$

$\{1/n : n \in \mathbb{N}\}$  সংহতিটোৰ চৰম বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) Write true or false :

"An empty set is an open set."

সঁচা নে মিছা লিখা :

"বিন্দু সংহতি এটা মুক্ত সংহতি হয়।"

(x) Give example to show intersection of infinite number of open sets may not be open.

উদাহৰণৰ সহায়ত দেখুওৱা যে অসীম সংখ্যক মুক্ত সংহতিৰ মিলন সংহতিটো মুক্ত সংহতি নহবও পাৰে।

(xi) State the 'order completeness' property of the set of real numbers.

বাস্তব সংখ্যাৰ সংহতিটোৰ 'অৰ্ডাৰ কম্প্লিটনেছ' ধৰ্মটো লিখা।

(xii) Express the set  $S = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x + 7 \leq 9\}$  in interval notation.

$S = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x + 7 \leq 9\}$  সংহতিটোক অন্তৰাল ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(xiii) Give an example of an open set which is not an interval.

এটা মুক্ত সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া যিটো অন্তৰাল নহয়।

(xiv) Give an example of a set which has no limit point.

এটা সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া যাৰ কোনো চৰম বিন্দু নাই।

(xv) Which of the following is neighbourhood of the point 2?

ইয়াৰ কোনটো সংহতি 2 বিন্দুটোৰ প্ৰতিবেশ হ'ব ?

(a)  $]2, 3[$ , (b)  $[1, 3]$ , (c)  $]1, 3[$ , (d)  $[1, 2]$

2. Answer **any five** of the following:

$$2 \times 5 = 10$$

তলৰ যিকোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Show that the set

$\left\{1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \dots\right\}$  is neither open nor a closed set.

দেখুওৱা যে  $\left\{1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \dots\right\}$

সংহতিটো মুক্ত বা বন্ধ সংহতি নহয়।

(b) Define uniform continuity of a real function.

বাস্তব ফলন এটাৰ সুযম অনবিচ্ছিন্নতাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(c) Find the supremum and infimum of the following set:

তলৰ সংহতিটোৰ লঘিষ্ঠ উচ্চসীমা আৰু গৰিষ্ঠ নিম্নসীমা নিৰ্ণয় কৰা

$$\left\{1 + \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$$

(d) Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰা):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

(e) Show that the series  $\sum \frac{1}{n}$  does not converge.

দেখুওৱা যে  $\sum \frac{1}{n}$  শ্ৰেণীটো অভিসাৰী নহয়।

(f) Show that (দেখুওৱা যে)

$$\lim \frac{1+2+3+4+\dots+n}{n^2} = \frac{1}{2}.$$

(g) If  $G$  and  $H$  are two closed sets, then prove that  $G \cap H$  is also a closed set.  
যদি  $G$  আৰু  $H$  বন্ধ সংহতি হয়, প্রমাণ কৰা যে  $G \cap H$  ও এটা বন্ধ সংহতি হব।

(h) Show that the function  $f(x) = |x|$  is continuous at  $x = 0$ .  
দেখুওৱা যে  $f(x) = |x|$  ফলনটো  $x = 0$  বিন্দুত অনবিচ্ছিন্ন হব।

3. Answer **any four** of the following :

$$5 \times 4 = 20$$

তলৰ যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Show that every uniformly continuous function is continuous in an interval.

প্রমাণ কৰা যে এটা অন্তৰালত সুষম অনবিচ্ছিন্ন ফলন এটা সদায় অনবিচ্ছিন্ন।

(b) If  $S$  and  $T$  are two subsets of the set of real numbers, then show that

$$(S \cup T)' = S' \cap T'.$$

যদি  $S$  আৰু  $T$  বাস্তব সংখ্যাৰ দুটা উপসংহতি হয় তেন্তে দেখুওৱা যে  $(S \cup T)' = S' \cap T'$ .

(c) Test the convergence of the series

$$1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

$1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$  শ্ৰেণীটো অভিসাৰিতা পৰীক্ষা কৰা।

(d) Show that every bounded sequence with a unique limit point is convergent.

দেখুওৱা যে অদ্বিতীয় চৰম বিন্দু থকা প্রতিটো পৰিবদ্ধ অনুক্রম অভিসাৰী হব।

(e) Prove that for every real number  $x$ , there exists a natural number  $n$  such that  $x \leq n$ .

প্রমাণ কৰা যে প্রতিটো বাস্তব সংখ্যা  $x$ ৰ বাবে এটা স্বাভাবিক সংখ্যা  $n$  থাকে, যাতে  $x \leq n$  হয়।

(f) Prove that every bounded sequence has a limit point.

দেখুওৱা যে প্রতিটো পৰিবদ্ধ অনুক্রমৰ এটা চৰম বিন্দু থাকে।

(g) Prove that the limit of a function at a point, if it exists, is always unique.

দেখুওৱা যে যদি ফলন এটাৰ চৰম মান থাকে, তেন্তে সি অদ্বিতীয় হ'ব।

(h) Define removable discontinuity of a real function. Give an example.

বাস্তব ফলন এটাৰ পৰিবৰ্তনীয় বিচ্ছিন্নতাৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু এটা উদাহৰণ দিয়া।

4. Answer **any four** of the following :

$$10 \times 4 = 40$$

তলৰ যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Show that the function  $f$  defined below is discontinuous at every point :

দেখুওৱা যে তলত দিয়া  $f$  ফলনটো সকলোবোৰ বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন :

$$f(x) = 1, \text{ if } x \text{ is irrational}$$

যদি এটা অপৰিমেয় সংখ্যা

$$\text{and } f(x) = -1 \text{ if } x \text{ is rational}$$

যদি এটা পৰিমেয় সংখ্যা

(b) (i) Show that the series

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \text{ is convergent.}$$

5

$$\text{দেখুওৱা যে } 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

শ্ৰেণীটো অভিসাৰী।

(ii) Show that the limit, if exists, of a convergent sequence is unique.

5

দেখুওৱা যে, যদি অভিসাৰী অনুক্রমৰ চৰম বিন্দু স্থিত হয় তেন্তে ই একক।

(c) Define absolute value of a real number. Show that for real numbers  $x$  and  $y$

$$1 + (3+3+3) = 10$$

বাস্তব সংখ্যা এটাৰ পৰম মানৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটা বাস্তব সংখ্যা  $x$  আৰু  $y$  ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$(i) \quad |xy| = |x||y|$$

$$(ii) \quad |x+y| \leq |x| + |y|$$

$$(iii) \quad |x-y| \geq (||x| - |y||)$$

- (d) Prove that a set is open if and only if its complement is a closed set.

প্রমাণ কৰা যে এটা সংহতি মুক্ত হব যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ পূৰ্বক এটা বন্ধ সংহতি হয়।

- (e) Prove that a sequence of reals is convergent if and only if it is a Cauchy sequence.

প্রমাণ কৰা যে বাস্তব সংখ্যা এটাৰ অনুক্রম এটা পৰিবদ্ধ হব যদি আৰু যদিহে সি এটা কচ্চী অনুক্রম হয়।

- (f) Show that a necessary and sufficient condition for a sequence to be convergent is that to each  $\varepsilon > 0$  there exists a positive integer  $m$  such that  $|x_{n+p} - x_n| < \varepsilon$  for all  $n \geq m$ ,  $p \geq 1$ .

দেখুওৱা যে এটা অনুক্রম পৰিবদ্ধ হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্ত হ'ল প্রতিটো  $\varepsilon > 0$  ৰ বাবে এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা  $m$  স্থিত হব, যাতে  $|x_{n+p} - x_n| < \varepsilon$  য'ত  $n \geq m$ ,  $p \geq 1$ .

- (g) Prove that  $\sqrt{2}$  is not a rational number.

প্রমাণ কৰা যে  $\sqrt{2}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা নহয়।

- (h) Prove that  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  exists finitely for a real function  $f$  if and only if for every  $\varepsilon > 0$  there exists a neighbourhood  $N$  of  $a$ , such that  $|f(x) - f(x_1)| < \varepsilon$  for all  $x, x_1 \in N$  and  $x, x_1 \neq a$ .

প্রমাণ কৰা যে এটা বাস্তব ফলন  $f$  ৰ ক্ষেত্ৰত  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  স্থিত হব যদি আৰু যদিহে প্রতিটো  $\varepsilon > 0$  ৰ বাবে  $a$  ৰ এটা প্রতিবেশ  $N$  থাকিব, যাতে সকলো  $x, x_1 \in N$  ৰ বাবে  $|f(x) - f(x_1)| < \varepsilon$ ,  $x, x_1 \neq a$ .

- (i) Prove that every convergent sequence is bounded but the converse may not be true.

দেখুওৱা যে প্রতিটো অভিসাৰী অনুক্রম পৰিবদ্ধ হয় কিন্তু ইয়াৰ বিপৰীত উক্তিটো সত্য নহবও পাৰে।

- (j) Prove that sequence  $\{x_n\}$  where

$$x_n = \frac{3n+1}{n+2}$$

is monotonic increasing and bounded. Also find its limit.

$$3+3+4=10$$

প্রমাণ কৰা যে অনুক্রম  $\{x_n\}$  য'ত  $x_n = \frac{3n+1}{n+2}$

একদিক্ৰম বৰ্ধমান, পৰিবদ্ধ। ইয়াৰ চৰম বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

**OPTION - B**

**( Numerical Analysis )**

Paper : MAT-HG-4026

1. Answer the following questions:  $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If  $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$  are the initial approximation of  $x, y, z$  respectively then what is the first iteration of  $x$  for the following system of equations by Gauss-Seidal iteration method ?

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

যদি  $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$  ক্ৰমে  $x, y, z$ ৰ আদি মান হয় তেন্তে তলত উল্লেখ কৰা সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ গাউছ-ছিডল পুণৰাবৃত্তি পদ্ধতিৰে  $x$ ৰ প্ৰথম মানটো কি হ'ব লিখা।

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

(b) What is the  $(n+1)$ th order difference of the  $n$ th degree polynomial ?

$n$ তম মাত্ৰাৰ বহুপদ ৰাশিৰ  $(n+1)$  তম ক্ৰমৰ অন্তৰ কি হ'ব ?

(c) What is meant by interpolation ?

অন্তৰ্বেশন বুলিলে কি বুজা ?

(d) Evaluate  $\Delta \sin x$ .

$\Delta \sin x$  নিৰ্ণয় কৰা।

(e) State the formula for Simpson's  $\frac{1}{3}$ rd rule.

চিম্পচনৰ  $\frac{1}{3}$ তম নিয়মৰ সূত্ৰটো লিখা।

(f) What do you mean by numerical differentiation ?

সাংখ্যিক অৱকলজ বুলিলে কি বুজা ?

(g) Write down Newton's forward interpolation formula.

নিউটনৰ অগ্ৰগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো লিখা।

(h) Mention one advantage of Lagrange's interpolation formula.

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটোৰ এটা সুবিধা উল্লেখ কৰা।

(i) When is a numerical method used for solving an ordinary differential equation?

এটা সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ বাবে কেতিয়া সাংখ্যিক পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

(j) Write the relation between  $E$  and  $\Delta$ .

$E$  আৰু  $\Delta$  ৰ সম্পৰ্কটো লিখা।

(k) If  $y = f(x)$  and  $h$  is the interval of differencing them, find  $\Delta y_0$  corresponding to the value  $x_0$ .

যদি  $y = f(x)$  আৰু  $h$  অন্তৰালৰ পাৰ্থক্য হয়, তেন্তে  $x_0$  মানৰ ক্ষেত্ৰত  $\Delta y_0$  নিৰ্ণয় কৰা।

(l) Give the geometrical meaning of trapezoidal rule.

ট্ৰেপেজ'ইডেল নিয়মৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা দিয়া।

(m) Express the following system of equations in matrix form:

তলত উল্লেখ কৰা সমীকৰণ প্ৰণালীটো মৌলিকৰূত প্ৰকাশ কৰা :

$$2x - y = 3$$

$$x - 2z = 4$$

$$2y - 3z = 5$$

(n) What do you mean by  $\Delta^{-n}$ ?

$\Delta^{-n}$  বুলিলে কি বুজা?

(o) Name two interpolation formulae when the values of the arguments are not given at equidistant intervals.

সমান অন্তৰালত নথকা মানৰ বাবে দুটা অন্তৰ্বেশন সূত্ৰৰ নাম লিখা।

2. Answer the following questions:  $2 \times 5 = 10$   
তলৰ দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Evaluate:

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\Delta^2 e^{ax+b}$$

(b) Form the divided difference table for the following data:

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা বিভাজিত অন্তৰৰ টেবুল এখন গঠন কৰা :

$$x : 5 \quad 15 \quad 22$$

$$y : 7 \quad 36 \quad 160$$

(c) Given  $u_0 = 3$ ,  $u_1 = 12$ ,  $u_2 = 81$ ,

$$u_3 = 200, u_4 = 100, u_5 = 8, \text{ find } \Delta^5 u_0$$

$$\text{যদি } u_0 = 3, u_1 = 12, u_2 = 81,$$

$$u_3 = 200, u_4 = 100, u_5 = 8 \text{ হয়, তেন্তে}$$

$$\Delta^5 u_0 \text{ নিৰ্ণয় কৰা।}$$



(d) Prove that

প্রমাণ কৰা যে

$$(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$$

(e) Find the third divided difference with arguments 2, 4, 9 and 10 of the function  $f(x) = x^3 - 2x$ .

$x$  ৰ মান 2, 4, 9 আৰু 10 ৰ বাবে  $f(x) = x^3 - 2x$  ফলনৰ তৃতীয় বিভাজিত অন্তৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Prove that  $E^{-1} = 1 - \nabla$ .

প্রমাণ কৰা যে  $E^{-1} = 1 - \nabla$ .

(g) Which methods are used for numerical integration?

সাংখ্যিক অনুকলনৰ বাবে কি কি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰা হয় ?

(h) Prove that

প্রমাণ কৰা যে

$$\Delta \left( {}^n C_{r+1} \right) = {}^n C_r$$

3. Answer **any four** questions from the following: 5×4=20

তলৰ যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Solve by Gauss elimination method :

গাউজৰ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কৰা :

$$2x + 2y + 4z = 18$$

$$x + 3y + 2z = 13$$

$$3x + y + 3z = 14$$

(b) Prove that  $e^x = \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{Ee^x}{\Delta^2 e^x}$ , the interval of differencing being  $h$ .

দেখুওৱা যে

$$e^x = \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{Ee^x}{\Delta^2 e^x} \text{ য'ত অন্তৰৰ অন্তৰাল } h.$$

(c) Prove that

প্রমাণ কৰা যে

$$u_x = u_{x-1} + \Delta u_{x-2} + \Delta^2 u_{x-3} + \dots + \Delta^n u_{x-n}$$

(d) State and prove Lagrange's interpolation formula.

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্রটো লিখা আৰু প্রমাণ কৰা।

(e) From the table of values below compute

$$\frac{dy}{dx} \text{ and } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ for } x=1 :$$

তলত উল্লেখ কৰা টেবুলখনৰ পৰা  $x=1$  বিন্দুত  $\frac{dy}{dx}$

আৰু  $\frac{d^2y}{dx^2}$  নিৰ্ণয় কৰা :

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	1	8	27	64	125	216

(f) Given  $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$  with  $y=1$  for  $x=0$ .

Find  $y$  approximately for  $x=0.1$  by Euler's method.

দিয়া আছে  $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$  য'ত  $x=0$  ৰ বাবে  $y=1$ .

অইলাৰৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি  $y$  ৰ মোটামুটি মান নিৰ্ণয় কৰা।

(g) Using Newton's forward interpolation formula find the cubic polynomial which takes the data from the following table :

নিউটনৰ অগ্রগামী অন্তৰ্বেশন সূত্র ব্যৱহাৰ কৰি তলত উল্লেখ কৰা টেবুলখনৰ পৰা এটা ত্ৰিমাত্ৰিক বহুপদ ৰাশি নিৰ্ণয় কৰা :

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	1	2	1	10

(h) The following table gives the velocity of a body at time  $t$ :

তলত উল্লেখ কৰা টেবুলখনত এটা বস্তুকণাৰ  $t$  সময়ত বেগ দিয়া আছে :

$t$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$V$	43.1	47.7	52.1	56.4	60.8

Find the acceleration at  $t=1.1$ .

$t=1.1$  সময়ত বস্তুটোৰ ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer **any four** questions from the following:  $10 \times 4 = 40$

তলৰ যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Solve by Gauss-Seidel iterative method of the following equations :

$$10x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13$$

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14$$

গাউজ-ছিডল পুনৰাবৃত্তি পদ্ধতিৰ দ্বাৰা তলৰ সমীকৰণ কেইটা সমাধান কৰা :

$$10x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13$$

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14$$

- (b) State and prove Simpson's  $\frac{3}{8}$ th rule. Using this rule, find

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

ছিমচনৰ  $\frac{3}{8}$  তম সূত্রটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। এই সূত্রটো ব্যৱহাৰ কৰি

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।}$$

- (c) (i) Find the missing values in the following table: 5

তলত দিয়া তালিকাখনৰ খালী ঠাই পূৰ কৰা :

$x$  : 45 50 55 60 65

$y$  : 3.0 — 2.0 — -2.4

- (ii) From the following table find the number of students who obtained less than 60 marks: 5

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা 60 নম্বৰতকৈ কম নম্বৰ লাভ কৰা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

Marks (নম্বৰ)	No. of students (ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা)
30-40	41
40-50	52
50-60	61
60-70	45
70-80	41

- (d) Explain modified Euler's method for solving the first order and first degree differential equation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Hence solve  $\frac{dy}{dx} = 1 - y$  with the initial condition  $x = 0, y = 0$ .

এটা প্ৰথম মাত্ৰা আৰু প্ৰথম ঘাত বিশিষ্ট অৱকল সমীকৰণ

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

সংশোধিত আইলাৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা নিয়মটো ব্যাখ্যা কৰা।

ইয়াৰ পৰা  $\frac{dy}{dx} = 1 - y$  অৱকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা য'ত  $x = 0, y = 0$ .

- (e) (i) Using Romberg's method compute

$$I = \int_0^{1.2} \frac{1}{1+x} dx \text{ correct to 4 decimal places. 5}$$

ৰোমবাৰ্গৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি

$$I = \int_0^{1.2} \frac{1}{1+x} dx \text{ 4 দশমিক স্থানলৈ মান উলিওৱা।}$$

(ii) Find the polynomial function  $f(x)$  given that  $f(0)=2$ ,  $f(1)=3$ ,  $f(2)=12$  and  $f(3)=35$ . 5

যদি  $f(0)=2$ ,  $f(1)=3$ ,  $f(2)=12$  আৰু  $f(3)=35$  হয় তেন্তে  $f(x)$  ৰ বহুপদীয় ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা।

(f) (i) Determine the function whose first difference is  $9x^2+11x+5$ . 5

তলত দিয়া প্ৰথম অন্তৰৰ পৰা ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা :

$$9x^2+11x+5$$

(ii) Prove that  
প্ৰমাণ কৰা যে

$$f(4) = f(3) + \Delta f(2) + \Delta^2 f(1) + \Delta^3 f(1)$$

(g) (i) If  $f(x)$  is a polynomial of  $n$ th degree in  $x$ , then prove that the  $n$ th difference of  $f(x)$  is constant. 7

যদি  $f(x)$  এটা  $n$  ঘাতৰ বহুপদীয় ৰাশি হয় তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে  $n$ তম বিভাজিত অন্তৰ এটা ধ্ৰুৱক হয়।

(ii) If  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3$  then find  $\Delta^4 f(x)$ . 3

যদি  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3$  হয় তেন্তে  $\Delta^4 f(x)$  নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Define divided difference. Prove that—  
বিভাজিত অন্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে—

(i) the divided differences are symmetrical in their arguments;  
বিভাজিত অন্তৰবোৰ সিহতৰ মানৰ ক্ষেত্ৰত সমমিত;

(ii) The  $n$ th divided differences of a polynomial of the  $n$ th degree are constant.

এটা বহুপদৰ ক্ষেত্ৰত বিভাজিত অন্তৰ সদায় এটা ধ্ৰুৱক হয়।

$$1+5+4=10$$

(i) Find the maximum value of  $y = f(x)$  from the following data :

তলৰ টেবুলখন ব্যৱহাৰ কৰি  $y = f(x)$  ৰ গৰিষ্ঠ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$x$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$f(x)$	0.9180	0.8972	0.8870	0.8860	0.8930	0.9085

(j) Find the value of  $\int_0^1 \left(1 + \frac{\sin x}{n}\right) dx$

correct to 4 decimal places using Simpson's rule and Romberg's integration.

চিম্পচনৰ নিয়ম আৰু ৰোমবাৰ্গৰ অনুকলন ব্যৱহাৰ কৰি

$\int_0^1 \left(1 + \frac{\sin x}{n}\right) dx$  ৰ শুদ্ধ চাৰি দশমিক স্থানলৈ মান

নিৰ্ণয় কৰা।

---