2018

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Methods and Spherical Astronomy)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Answer either *in English* or *in Assamese*

GROUP—A / বিভাগ—ক

(Numerical Methods)

(*Marks* : 30)

1. Answer the following questions : 1×4=4

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Establish the relation $E = 1 + \Delta$.

$E = 1 + \Delta$ সম্বন্ধটো স্থাপন কৰা।

(b) What is interpolation?

অন্তৰ্বেশন মানে কি?

(c) What are the advantages of Lagrange's interpolation formula?

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটোৰ সুবিধাবোৰ কি কি?

(d) If $f(x) = \frac{1}{x}$, then find the divided difference of $f(a, b)$.

যদি $f(x) = \frac{1}{x}$ হয়, তেন্তে $f(a, b)$ৰ বিভাজিত অন্তৰ উলিওৱা।

2. Answer the following questions : 2×3=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Prove that,

প্ৰমাণ কৰা যে,

$$(1+\Delta)(1-\nabla) = 1$$

(b) Evaluate :

মান উলিওৱা :

$$\Delta \tan^{-1} x$$

(c) Find the third divided difference with arguments 2, 4, 9 and 10 of the function $f(x) = x^3 - 2x$.

xৰ মান 2, 4, 9 আৰু 10ৰ বাবে $f(x) = x^3 - 2x$ ফলনৰ তৃতীয় বিভাজিত অন্তৰ নিৰ্ণয় কৰা।

3. *(a)* Evaluate : 5

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\frac{\Delta^2}{E}\sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E\sin(x+h)}$$

Or / অথবা

Find the missing values in the following table : 5

তলত দিয়া তালিকাখনৰ খালী ঠাই পূৰ কৰা :

x	:	45	50	55	60	65
y	:	3·0	—	2·0	—	−2·4

(b) State and prove Newton's formula for forward interpolation. 5

নিউটনৰ অগ্ৰগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰ লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

Or / অথবা

From the following table, find the number of students who obtained less than 60 marks. 5

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা, 60 নম্বৰতকৈ কম নম্বৰ লাভ কৰা ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

Marks (নম্বৰ)	*No. of Students (ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা)*
30–40	41
40–50	52
50–60	61
60–70	45
70–80	41

4. Answer *either (a) or (b)* of the following questions : 10

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ *(a) অথবা (b)*ৰ উত্তৰ লিখা :

(a) *(i)* Obtain $\sqrt{12}$ to five decimal places by using Newton-Raphson method. 5

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $\sqrt{12}$ৰ মান পাঁচ দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(ii) Find a real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ correct to three decimal places by using bisection method. 5

দ্বিভাজন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3 - 2x - 5 = 0$ সমীকৰণৰ এটা বাস্তৱ মূল তিনি দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(b) Find the positive root of $x^4 - x = 10$ correct to three decimal places using Newton-Raphson method. 10

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতিৰ সহায়ত তিনি দশমিক স্থানলৈ $x^4 - x = 10$ সমীকৰণৰ ধনাত্মক মূল উলিওৱা।

GROUP—B / বিভাগ—খ

(Spherical Astronomy)

(*Marks* : 50)

5. Answer the following questions : 1×6=6

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Define great circle and small circle.

বৃহৎ বৃত্ত আৰু লঘু বৃত্তৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

The angles of a spherical triangle cannot be greater than _____.

গোলক ত্ৰিভুজৰ কোনো কোণ _____ ডাঙৰ হ'ব নোৱাৰে।

(c) State the cosine formula related to a spherical triangle.

এটা গোলক ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত ক'চাইন (cosine)ৰ সূত্ৰটো লিখা।

(d) Define right ascension of a heavenly body.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ বিষুবাংশৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(e) What are the altitude and hour angle of the zenith?

শিৰোবিন্দু (zenith)ৰ উন্নতাংশ আৰু হোৰা কোণ কিমান?

(f) What is the duration of a day and night at equinoxes?

বিষুৱত (at equinoxes) দিন-ৰাতিৰ পৰিমাণ কিমান?

6. *(a)* In an equilateral spherical triangle *ABC*, show that

$$2\cos\frac{a}{2}\sin\frac{A}{2}=1$$ 2

যদি *ABC* এটা সমবাহু গোলক ত্ৰিভুজ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$2\cos\frac{a}{2}\sin\frac{A}{2}=1$$

(b) *(i)* Where does the celestial equator cut the horizon? 1

নভোবিষুৱে কি বিন্দুত নভোদিগন্তক কাটে?

(ii) What are the times of sunrise and sunset at any place at the equinox? 1

কোনো এখন ঠাইৰ বিষুৱত (at equinox) সূৰ্যোদয় আৰু সূৰ্যাস্তৰ সময় কি কি?

7. *(a)* In a spherical triangle *ABC*, prove that

$$\frac{\sin A}{\sin a}=\frac{\sin B}{\sin b}=\frac{\sin C}{\sin c}$$ 5

গোলক ত্ৰিভুজ *ABC*ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\sin A}{\sin a}=\frac{\sin B}{\sin b}=\frac{\sin C}{\sin c}$$

Or / অথবা

In a spherical triangle ABC, if $b + c = \pi$, then show that $\sin 2B + \sin 2C = 0$. 5

এটা গোলক ত্ৰিভুজ ABCৰ ক্ষেত্ৰত যদি $b + c = \pi$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $\sin 2B + \sin 2C = 0$.

(b) Draw a neat diagram of the celestial sphere showing the horizontal and equatorial systems of coordinates of a heavenly body. 5

জ্যোতিষ্ক এটাৰ অনুভূমিক আৰু বিষুৱীয় প্ৰণালীৰ স্থানাংক দেখুৱাই নভোগোলকৰ এটা পৰিষ্কাৰ চিত্ৰ আঁকা।

8. Answer *either* (a) and (b) *or* (c) and (d) : 10

(a) আৰু (b) অথবা (c) আৰু (d)ৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Prove that the altitude of a heavenly body is greater than it is on the meridian of the observer. 5

প্ৰমাণ কৰা যে পৰ্যবেক্ষকৰ মধ্যৰেখাত কোনো জ্যোতিষ্কৰ উন্নতাংশ বৃহত্তম।

(b) Prove that $\delta = \phi + z$, where ϕ, latitude of a place; δ, the declination and z, the meridian zenith distance of a heavenly body. 5

কোনো জ্যোতিষ্কৰ বিষুৱ লম্ব (δ), ঠাইৰ অক্ষাংশ (ϕ) আৰু মধ্য নভাংশ (z) হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে, $\delta = \phi + z$.

(c) If z_1 and z_2 are the zenith distances of a circumpolar star at the upper and lower culminations which are on the same side of the zenith, find the latitude of the observer. 4

মধ্যাহ্নিক ৰেখাৰ ওপৰত উৰ্দ্ধ আৰু নিম্ন অৱস্থানত মেৰুপ্ৰদেশ ঘেৰি অৱস্থিত নক্ষত্ৰ এটাৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা দূৰত্ব ক্ৰমে z_1 আৰু z_2 হ'লে আৰু দুয়োটা অৱস্থান শীৰ্ষবিন্দুৰ একেফালে অৱস্থিত হ'লে, পৰ্যবেক্ষণৰ অক্ষাংশ উলিওৱা।

(d) Write short notes on : 3×2=6

চমু টোকা লিখা :

(i) Rising and setting of stars

জ্যোতিষ্কৰ উদয়াস্ত

(ii) Circumpolar star

পৰিধ্ৰুৱী তৰা

9. *(a)* State Kepler's laws of planetary motion. Deduce Kepler's third law of planetary motion from Newton's law of universal gravitation. 3+7=10

কেপলাৰৰ গ্ৰহগতি সম্বন্ধীয় বিধিকেইটা লিখা। নিউটনৰ নিত্য মহাকৰ্ষণ বিধিৰ পৰা কেপলাৰৰ তৃতীয় বিধি নিৰ্গমণ কৰা।

Or / অথবা

(b) *(i)* If V_1 and V_2 be the velocities of two planets in their orbits and r_1, r_2 be the respective distances from the sun, prove that

$$V_2 : V_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$$ 6

নিজ কক্ষপথত দুটা গ্ৰহৰ বেগ V_1 আৰু V_2 আৰু সূৰ্যৰ পৰা দূৰত্ব ক্ৰমে r_1, r_2 হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে,

$$V_2 : V_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$$

(ii) The sidereal period of Uranus is 84 years. Find the synodic period. 4

ইউৰেনাছৰ পৰ্যায়কাল 84 বছৰ, সংযুতিকাল উলিওৱা।

10. Answer *either (a) or (b)* : 10

(a) অথবা *(b)*ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) *(i)* Prove that the effect of the geocentric parallax is to depress a celestial body in the heaven. 6

প্ৰমাণ কৰা যে, ভূ-কেন্দ্ৰিক লম্বনৰ ফলত আকাশত জ্যোতিষ্ক অৱনমিত হয়।

(ii) Define parallax. What is horizontal parallax? 2+2=4

লম্বনৰ সংজ্ঞা লিখা। অনুভূমিক লম্বন কি?

(b) *(i)* What is meant by annual parallax of a star? Show that due to annual parallax, a star is displaced towards the sun. 2+4=6

নক্ষত্ৰ এটাৰ বাৰ্ষিক লম্বন বুলিলে কি বুজা? দেখুওৱা যে বাৰ্ষিক লম্বনৰ ফলত নক্ষত্ৰ এটা সূৰ্যৰ দিশত বিস্থাপিত হয়।

(ii) Where a star must be situated so as to have no displacement due to annual parallax?

Where must it be situated so that the effect of annual parallax is greatest? 2+2=4

ক'ত থাকিলে বাৰ্ষিক লম্বনৰ ফলত এটা তৰাৰ বিস্থাপন নহয়? ক'ত থাকিলে বাৰ্ষিক লম্বনৰ ফলত এটা তৰাৰ বিস্থাপন সৰ্বোচ্চ হ'ব?

***